Iran. J. Insur. Res., 14(1): Pages: 37-48, Winter 2025, Serial #51

Iranian Journal of Insurance Research
(IJIR)

Homepage: https://ijir.irc.ac.ir/?lang=en

Iranian Insurance Research Center (IIRC)

ORIGINAL RESEARCH PAPER

Modeling non-life insurance risks and capital requirements in Iran's insurance company: Coppola's approach

Z. Aghilifar[1], S.Y. Abtahi[2,*], G. Askarzadeh[2], H. Khajeh Mahmoodabadi[2]

[1]*Department of Financial Engineering, Yazd Branch, Islamic Azad University. Yazd, Iran*

[2]*Department of Financial Management, Yazd Branch, Islamic Azad University, Yazd, Iran*

ARTICLE INFO

Article History:
Received 03 August 2024
Revised 08 September 2024
Accepted 22 October 2024

Keywords:
Copula approach
Dependence modeling
Iran's insurance company
Non-life insurance

*Corresponding Author:
Email: *Abtahi@iau.ac.ir*
Phone: +9835 37240732
ORCID: 0000-0002-4034-5439

ABSTRACT

BACKGROUND AND OBJECTIVES: The purpose of this paper is to investigate the sensitivity of the required capital to the dependence structure among non-life insurance claims in multivariate environments. Inthe beginning, dependency modeling was carried out in a real environment using the database related to monthly claims (without recycling) resulting from five types of non-life insurance in Iran Insurance Company, including engineering, liability, third party, automobile insurance, and fire insurance.

METHODS: The data includes the severity of claims in each field and it was collected during the monthly period of 2011:03-2024:02. Then, the parameters of D-vine copula are estimated among the claims by five types of non-life insurance, and goodness of fit tests are performed to conclude the optimal copula. The multivariate distribution is simulated by a combination of univariate marginal distributions and bivariate copulas. Finally, the estimation of risk-taking capital using VaR and TVaR has been done on simulated total losses according to their weight, and a comparative study has been done using independent copula.

FINDINGS: The results show that paying attention to the implicit dependence among losses significantly affects the total risk capital. This result is confirmed by the estimated capital requirement values. In fact, paying attention to the implicit dependence among insurance fields leads to a capital reduction of 1.5% for VaR and 3.9% for TVaR.

CONCLUSION: The choice of non-life insurance risk dependency modeling is very important and paying attention to non-linear dependencies in the structure of various insurance branches can reveal the benefits of diversification to the insurance portfolio of companies leading to measuring the amount of benefits from diversification based on the correct selection of non-life insurance risk dependency models. This is an issue that needs to be considered in choosing the portfolio of insurance companies.

DOI: 10.22056/ijir.2025.01.03

This is an open access article under the CC BY license (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

نشریه علمی پژوهشنامه بیمه

سایت نشریه: https://ijir.irc.ac.ir/?lang=fa

مقاله علمی

مدل‌سازی ریسک‌های بیمهٔ غیرعمر و الزامات سرمایه در شرکت سهامی بیمهٔ ایران: رویکرد کاپولا

زین‌العابدین عقیلی فر[۱]، سید یحیی ابطحی[۲*]، غلامرضا عسکر زاده[۲]، حمید خواجه محمودآبادی[۲]

[۱] گروه مهندسی مالی، واحد یزد، دانشگاه آزاد اسلامی، یزد، ایران

[۲] گروه مدیریت مالی، واحد یزد، دانشگاه آزاد اسلامی، یزد، ایران

اطلاعات مقاله

تاریخ های مقاله:

تاریخ دریافت: ۱۳ مرداد ۱۴۰۳

تاریخ داوری: ۱۸ شهریور ۱۴۰۳

تاریخ پذیرش: ۰۱ آبان ۱۴۰۳

کلمات کلیدی:

بیمه‌های غیرعمر

روش کاپولا

شرکت سهامی بیمه ایران

مدل‌سازی وابستگی

*نویسنده مسئول:

ایمیل: Abtahi@iau.ac.ir

تلفن: ۰۰۹۸۳۵ ۳۷۲۴۰۷۳۲

ORCID: 0000-0002-4034-5439

DOI: 10.22056/ijir.2025.01.03

چکیده:

پیشینه و اهداف: هدف این مقاله بررسی حساسیت سرمایهٔ مورد نیاز به ساختار وابستگی در بین خسارات بیمه‌های غیرزندگی در محیط‌های چندمتغیره است. بر این اساس، در ابتدا مدل‌سازی وابستگی در یک محیط واقعی با استفاده از پایگاه داده مربوط به خسارت‌های ماهانه (بدون بازیافت) حاصل از پنج رشته بیمهٔ غیرعمر در شرکت سهامی بیمه ایران صورت گرفته است.

روش‌شناسی: داده‌ها شامل شدت خسارت‌های وارده در هر رشته است و طی دورهٔ ماهانهٔ ۱۳۹۰:۰۱-۱۴۰۲:۱۲ گردآوری شده است. سپس پارامترهای کاپولای D-vine در میان خسارت‌های ناشی از پنج شاخه بیمهٔ غیرعمر برآورد شده و آزمون‌های خوبی برازش برای نتیجه‌گیری کاپولای بهینه انجام شده است. سرانجام، برآورد سرمایهٔ ریسک‌پذیر با استفاده از VaR و TVaR بر روی خسارات کل شبیه‌سازی‌شده با توجه به وزن آن‌ها انجام شده و یک مطالعهٔ تطبیقی با استفاده از کاپولای مستقل صورت گرفته است.

یافته‌ها: نتایج نشان می‌دهد که توجه به وابستگی ضمنی بین زیان‌ها تأثیر چشمگیری بر کل سرمایهٔ ریسک‌پذیر می‌گذارد. این نتیجه با مقادیر الزام سرمایه برآوردشده تأیید می‌شود. در واقع توجه به وابستگی ضمنی بین رشته‌های بیمه‌ای به کاهش سرمایهٔ ۵/۱٪ درصدی برای VaR و ۳/۹٪ درصدی برای TVaR منجر می‌شود.

نتیجه‌گیری: انتخاب مدل‌سازی وابستگی ریسک‌های بیمه‌های غیرعمر بسیار مهم است، ازطرف‌دیگر، توجه به وابستگی‌های غیرخطی در ساختار انواع شاخه‌های بیمه‌ای می‌تواند مزایای تنوع‌بخشی به پرتفوی بیمه‌ای شرکت‌ها را آشکار کند و اندازه‌گیری میزان منافع حاصل از تنوع‌بخشی براساس انتخاب درست مدل‌های وابستگی ریسک‌های بیمه‌های غیرعمر حاصل می‌شود و این موضوعی است که لازم است در انتخاب پرتفوی شرکت‌های بیمه مورد توجه قرار گیرد.

توجه: مدت‌زمان بحث و انتقاد برای این مقاله تا ۱ آوریل ۲۰۲۵ در وب‌سایت IJIR در «نمایش مقاله» باز است.

مقدمه

با توجه به چهارچوب‌های قانونی پرداخت بدهی در کشورهای مختلف، شرکت‌های بیمه ملزم به تقویت سیستم مدیریت ریسک و بهینه‌سازی استراتژی‌ها برای تعیین کمیت ریسک‌هایی هستند که در فعالیت‌های خود با آن مواجه‌اند. توجه به سطح سرمایهٔ کافی، به این معنی است که این شرکت‌ها قابلیت جذب تغییرات نامطلوب زیان‌های پیش‌بینی‌نشده را کسب کرده‌اند و نگرانی‌های نهادهای ناظر و بیمه‌گذاران و سایر ذی‌نفعان را در نظر می‌گیرند. طبق دستورالعمل‌های تنظیم‌کننده، الزام سرمایهٔ پرداخت بدهی، که توسط یک فرمول استاندارد یا یک مدل داخلی به دست می‌آید، به‌عنوان سطح سرمایه تعریف می‌شود، تحت دستورالعمل توان پرداخت بدهی اتحادیهٔ اروپا سرمایهٔ مورد نیاز پرداخت(بدهی، مقدار وجوهی است که شرکت‌های بیمه و بیمهٔ اتکایی باید نگهداری کنند تا اطمینان ۹۹,۵ درصدی داشته باشند که می‌توانند از شدیدترین خسارت‌های مورد انتظار در طول یک سال جان سالم به در برند. در ایران نیز، شرکت‌های بیمه موظف‌اند طبق آیین‌نامهٔ شمارهٔ ۶۹ شورای عالی بیمه، مشابه با نسبت کفایت سرمایه بانک‌ها، نسبت توانگری مالی خود را هرساله محاسبه وهمراه با صورت‌های مالی خود برای اخذ تأییدیه به بیمهٔ مرکزی جمهوری اسلامی ایران ارسال کنند. این نسبت از تقسیم سرمایهٔ موجود بر سرمایهٔ الزامی کل که برابر با ریسک کل پذیرفته‌شدهٔ شرکت است، به دست می‌آید. اگر نسبت توانگری مالی یک شرکت بیمه از حدودتعیین‌شدهٔ بیمهٔ مرکزی کمتر شود، شرکت بیمه باید اقدامات و برنامه‌های مالی بهبود خود را ارائه دهد و در صورت ناکافی بودن این برنامه‌ها (اگر این نسبت زیر ۷۰ درصد باشد)، شرکت بیمه باید به افزایش سرمایه اقدام کند.

بااین‌حال، چندین مطالعه از فرمول‌های استاندارد برای فشار نهادهای تنظیم‌کنندهٔ مقررات به بیمه‌گران در ایجاد مدل‌های خود برای ارزیابی سرمایه مورد نیاز انتقاد می‌کنند (Arbenz *et al.*, 2012). در این رابطه، مطالعات تجربی مربوط، حساسیت معیارهای ریسک متفاوت و همچنین وابستگی‌های غیرخطی را به تنظیمات اولیه در مورد الزامات سرمایهٔ پرداخت بدهی نشان داده‌اند (Schmeiser *et al.*, 2012). چنین بحثی بر اهمیت ایجاد رابطه‌ای خاص میان تجمیع ریسک و سرمایه ریسک تأکید می‌کند، که به نظر می‌رسد ارتباط مستقیمی با توان پرداخت بدهی شرکت‌های بیمه و به‌طورکلی با سلامت کلی صنعت بیمه دارد. بنابراین، این سؤال باقی می‌ماند که چه میزان سرمایه برای شرکت‌های بیمه برای پوشش ریسک کلی لازم است؟

در ادبیات بیمه، چندین رویکرد تجمیع ریسک تاکنون مطرح شده است. برآورد زیان کل یک پرتفوی بیمه، تجمیع زیان فعالیت‌های مختلف بیمه‌ای را که توزیع ریسک آن‌ها متفاوت است را در نظر می‌گیرد (Guilln *et al.*, 2013). یک رویکرد پارامتری قابل انعطاف از کمیت ریسک را برای توزیع خسارت‌های دارای همبستگی در محیط چندمتغیره ارائه می‌دهند. آن‌ها فرم خاصی از معیارهای ریسک VaR و TVaR برای خانوادهٔ توزیع بتا را پیشنهاد می‌دهند، که به‌ویژه برای متغیرهای تصادفی مثبت با زیان‌های نامتقارن سازگار است.

مدل‌سازی وابستگی با استفاده از کاپولا حوزه‌ای است که توجه روزافزونی را در بسیاری از بخش‌های کاربرد به خود جلب کرده است. از نظر ریاضی، تابع کاپولا جداسازی ساختار وابستگی از توزیع‌های حاشیه‌ای را امکان‌پذیر می‌کند، که برای تشکیل مدل‌های تصادفی چندمتغیره مفید است. براساس قضیهٔ اسکلار (۱۹۵۹)، یک کاپولا به‌عنوان یک توزیع احتمال چندمتغیره تعریف می‌شود که در آن، توزیع احتمال حاشیه‌ای هر متغیر یکنواخت است. در ادبیات بیمه‌ای، چندین کاربرد از کاپولا در صنعت بیمه بررسی شده است (Frees and Valdez, 1998; Eling and Toplek, 2009; Zhao and Zhou, 2010)

اگرچه تعداد زیادی از انواع کاپولاهای دومتغیره وجود دارد که می‌توانند با طیف وسیعی از وابستگی‌های پیچیده مطابقت داشته باشند، اما نمی‌توانند رابطهٔ بین بردارهای چندمتغیره را با توجه به محدودیت ابعادی توصیف کنند. پیشرفت‌های اخیر برای مدل‌های کاپولا با ابعاد بالا، سمت ساختارهای سلسله‌مراتبی براساس بلوک‌ها که به‌عنوان کاپولای جفتی شناخته می‌شوند، گرایش دارند (Aas *et al.*, 2009). این ساختار مخصوصاً مربوط به نوعی کاپولا به نام کاپولای تاک است که تشکیل توزیع‌های چندمتغیره را ساده کرده است. در این مقاله، این قابلیت به چهارچوب فعالیت‌های بیمه‌ای تعمیم داده می‌شود و کاربرد کاپولاهای چندمتغیره با استفاده از کاپولای D-Vine و براساس داده‌های خسارت‌های بیمه‌ای معرفی می‌شود.

هدف این مقاله بررسی حساسیت سرمایه مورد نیاز به ساختار وابستگی در بین خسارات بیمه‌های غیرزندگی در محیط‌های چندمتغیره است و در پی پاسخ به این پرسش‌ها است که ساختار وابستگی بین ریسک‌های بیمه‌ای در رشته‌های بیمهٔ غیرعمر چگونه است؟ و الزامات سرمایه در شرکت سهامی بیمهٔ ایران چگونه تحت تأثیر این وابستگی‌ها قرار می‌گیرد؟ تعریف اساسی از سرمایهٔ در معرض ریسک را می‌توان به‌صورت مقدار کامل ارزش قابل تحمل یک پرتفوی در معرض ریسک در بدترین وضعیت در نظر گرفت.

بر پایهٔ مطالعهٔ Brechmann *et al.* (2014) در مورد کاپولای تاک و همچنین مطالعهٔ Tang and Valdez (2009) که دربارهٔ الزام سرمایه در محیط چندمتغیره تأکید دارد، در این مطالعه رویکردی انعطاف‌پذیر از مدل‌سازی وابستگی، برای جمع‌آوری ریسک‌های ناهمگن با استفاده از توابع کاپولا پیشنهاد شده است.

مبانی نظری و مروری بر پیشینهٔ پژوهش

با ظهور مدیریت ریسک یکپارچه به‌عنوان رشته‌ای متمایز در بانکداری و بیمه، موضوع تجمیع ریسک از طریق نظریهٔ کاپولابه‌تازگی در مطالعات تجربی مورد توجه قرار گرفته است. در این بخش، ادبیات تجربی دربارهٔ رابطهٔ میان تجمیع ریسک و برآورد سرمایهٔ مورد نیاز با استفاده از کاپولاها مورد بحث قرار می‌گیرد. ادبیات مالی به‌شدت بر

تعامل بین ریسک‌های بازار، اعتباری و عملیاتی در بخش بانکداری و بیمه تأکید کرده است (Dimakos and Aas, 2004).

مثلاً Rosenberg and Schuermann (2006) نشان دادند که چگونه می‌توان از کاپولاها به‌جای همبستگی برای در نظر گرفتن وابستگی‌های ریسک بهتر در دنبالهٔ توزیع استفاده کرد.

Liang *et al.* (2013) فرایند یکپارچه‌سازی ریسک اعتباری بانک‌های تجاری چین و ریسک بازار را با کاپولا استخراج و نتایج را با مدل‌های کاپولای بیضوی و ارشمیدسی مقایسه می‌کنند. نتایج مطالعهٔ آن‌ها نشان می‌دهد که کاپولای عاملی نتیجهٔ محتاطانه‌تری در یکپارچه‌سازی ریسک ارائه می‌دهد.

بررسی جامع‌تر رویکردهای اخیر، نیاز به تشخیص ریسک یک مؤسسهٔ مالی را با بررسی وابستگی ریسک‌های عملیاتی از طریق استفاده از کاپولاهای چندمتغیره نشان می‌دهد.

Brechmann *et al.* (2014) حساسیت‌های سرمایهٔ مورد نیاز و موضوع مرتبط با تنوع سود ناشی از فعالیت رشته‌های متعدد بیمه‌ای در زمینهٔ تجمیع ریسک‌ها توسط کاپولا را براساس داده‌های بیمه عمومی استرالیا بررسی کردند. Diers *et al.* (2012) ساختارهای وابستگی ریسک‌های بیمهٔ غیرزندگی را با استفاده از کاپولای برنشتاین مدل‌سازی و کاپولای برنشتاین را با سایر کاپولاهای پرکاربرد مقایسه کردند. نتایج مطالعهٔ آن‌ها مزایای کاپولا برنشتاین، از جمله انعطاف‌پذیری آن در اعمال ساختارهای وابستگی ناهمگن و استفادهٔ آسان از آن در زمینهٔ شبیه‌سازی به‌دلیل ماهیت آن به‌عنوان مخلوطی از چگالی‌های بتای مستقل را نشان می‌دهد.

Brechmann and Schepsmeier (2013) مدیریت کمّی ریسک با مدل‌سازی ریسک‌های بیمهٔ غیرزندگی در یک چهارچوب چندمتغیره را بررسی کردند. در این مطالعه تأثیر مدل‌سازی وابستگی صریح بین خسارت‌های بیمهٔ غیرزندگی بر سرمایهٔ در معرض ریسک با استفاده از کاپولا بررسی شده است. با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو، نتایج این مطالعه مزایای کاپولای D-Vine را در مدل‌سازی ساختارهای ناهمگن وابستگی نشان می‌دهد.

Ghosh *et al.* (2022) از کاپولای تاک برای مطالعهٔ ساختار وابستگی برخی داده‌های شناخته‌شدهٔ بیمهٔ زندگی و شناسایی بهترین کاپولای دومتغیره در هر مورد استفاده کرده‌اند. در مطالعهٔ آن‌ها ویژگی‌های ساختاری مرتبط با این کاپولای دومتغیره نیز با تمرکز عمده بر ساختار وابستگی دنبالهٔ توزیع آن‌ها بررسی شده است. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که انواع خاصی از کاپولای ارشمیدسی با خاصیت وابستگی دنباله سنگین، چهارچوبی مناسب برای شروع از نظر مدل‌سازی داده‌های خسارت بیمه هستند.

Diers *et al.* (2012) پویایی‌های ارزش در معرض ریسک را با رویکرد کاپولا بررسی کردند. نتایج پژوهش نشان می‌دهد که سری‌های زمانی کوانتایل‌های حاصل از مدل کاپولای ترکیبی به‌سبب فراوانی بالای داده های زمانی نسبت به مدل MCAViaR, پویایی را به‌خوبی نشان می‌دهد. نتایج حاصل از آزمون پس‌آزمایی کوپیک نیز تأیید می‌کند که عملکرد مدل کاپولای ترکیبی بهتر از مدل MCAViaR است.

Mirbargkar and Sohrabi (2020) در مطالعهٔ خود ساختار وابستگی بین بازارهای سهام ایران، ترکیه، چین و امارات را براساس رویکرد کاپولا بررسی کرده‌اند. نتایج تحقیق نشان‌دهندهٔ وجود ساختار وابستگی نامتقارن در رژیم‌های رونق و رکود است، به‌نحوی که در دوران رکود ساختار وابستگی بین این بازارها با بازار ایران شدیدتر از دوران رونق است. Keshavarz Haddad and Heyrani (2015) ارزش در معرض ریسک با وجود ساختار وابستگی بین بازدهی‌های مالی را با استفاده از توابع کاپولا برآورد کردند. نتایج تجربی پژوهش نشان می‌دهد وابستگی ساختاری نامتقارنی بین محصولات شیمیایی و دارویی بورس تهران وجود دارد. همچنین, یافته‌ها حاکی از دقت و کفایت بیشتر رهیافت Copula-GARCH نسبت به مدل‌های متداول در پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک سبد دارایی و روش‌های شبیه‌سازی تاریخی است.

روش‌شناسی پژوهش

مدل‌سازی ساختار وابستگی در بین خسارت‌های بیمه‌ای نیاز به روش خاصی دارد که شامل جداسازی توابع توزیع حاشیه‌ای از توزیع‌های مشترک آن‌هاست. کاپولا قوی‌ترین ابزار را برای توصیف ساختار وابستگی نامتقارن بدون هیچ‌گونه فرضی در مورد فرم پارامتری توزیع‌های حاشیه‌ای ارائه می‌کند. تنوع گسترده‌ای از خانوادهٔ کاپولاها وجود دارد. این مقاله، به‌طور خاص بر روی کاپولاهای بیضوی و ارشمیدسی متمرکز شده است. کاپولاهای بیضوی (کاپولای گاوسی و کاپولای T-Student)، که یک وابستگی خطی را در نظر می‌گیرند، براساس توزیع‌های چندمتغیرهٔ بیضوی هستند. بااین‌حال، کاپولای ارشمیدسی توصیف کاملی از ساختارهای وابستگی متنوع، از جمله وابستگی‌های نامتقارن ارائه می‌دهد که در آن ضرایب دنباله پایین و دنباله بالایی متفاوت است. دو نوع از کاپولاهای ارشمیدسی شامل کاپولای کلایتون (وابستگی مثبت و دم پایین) و کاپولای فرانک (وابستگی مثبت و منفی و استقلال دنباله) در این مطالعه مورد توجه قرار گرفته است.

مدل ساخت جفت‌کاپولا

پیشرفت‌های اخیر برای مدل‌های کاپولای با ابعاد بالا به‌سمت ساختارهای سلسله‌مراتبی مبتنی بر بلوک‌ها، که به‌عنوان مدل ساخت کاپولای جفتی (PCC) شناخته می‌شود گرایش دارد که کاپولاهای تاک (Vine Copula) نیز نامیده می‌شود. به‌طور خاص، کاپولاهای تاک نمایش‌های گرافیکی برای توصیف کاپولاهای چندمتغیره هستند که با استفاده از آبشاری از کاپولاهای دومتغیره و براساس ساختار منطقی خاص ساخته شده‌اند.

با استفاده از ساختارهای جفت‌کاپولا، چگالی کاپولای مشترک c را می‌توان به‌عنوان حاصل‌ضرب چندین جفت‌کاپولای دومتغیره بیان

کرد. اگر f تابع چگالی مشترک n متغیر تصادفی $X = (X_1, \ldots, X_n)$، باشد، تجزیهٔ زیر را در نظر می‌گیریم:

$$f(X1,\ldots,Xn) = f(Xn).f(Xn-1|Xn).f(Xn-2|Xn-1,Xn)f(X1|X1,,Xn) \quad (۱)$$

که در آن $f(.|.)$ چگالی شرطی را نشان می‌دهد. در این مطالعه، کاپولای D-Vine استفاده می‌شود، زیرا مجموعه داده‌ها برای این ساختار زمانی مناسب است که متغیر پایلوت وجود نداشته باشد. برای ساختار D-Vine با n بعد، $n!$ ترکیب احتمالی برای ریشه‌های درخت وجود دارد! چگالی $f(u1,\ldots,un)$ با رابطهٔ زیر ارائه می‌شود:

$$\prod_{k=1}^{n} f(u_k) \prod_{i=1}^{n-1} \prod_{i=1}^{n-j} Cij\,[F(ui|ui+1,\ldots,ui+j-1), F(ui+j|ui+1,\ldots,ui+j-1)] \quad (۲)$$

که در آن شاخص j درخت‌ها را مشخص می‌کند، درحالی‌که i شاخه‌های هر درخت را معرفی می‌کند. برای تخمین پارامتر کاپولای D-vine، از روش حداکثر درست‌نمایی متعارف (CML) پیشنهادی توسط Genest *et al.* (2009)، استفاده می‌شود زیرا هیچ فرضی بر فرم پارامتریک حاشیه‌ها تحمیل نمی‌کند. به‌طور خاص، روش CML از تبدیل انتگرال احتمال تجربی برای به دست آوردن حاشیه‌های یکنواخت [۰، ۱] استفاده می‌کند. این روش در دو مرحله خلاصه می‌شود:

۱. تبدیل حاشیه‌های $\{(xt,\ldots,xt)\}^T$ در متغیرهای یکنواخت $\{(ut,\ldots,ut)\}^T$ با استفاده از تابع توزیع تجمعی تجربی (CDF).

۲. برآورد پارامترهای کاپولای

$$\hat{\theta} = argmax \sum_{t=1}^{T} ln\, C(\hat{u}^t,\ldots,\hat{u}^t)$$

.

برای بررسی اعتبار انتخاب کاپولای D-vine بهینه، در مرحلهٔ اول یک تحلیل معیار دومتغیره در نظر گرفته می‌شود تا استحکام آزمون مورد استفاده در یک محیط ساده بررسی شود. در اینجا یک آزمون برازش با تکیه بر فرایند کندال انجام می‌شود که Genest *et al.* (2009) ارائه کرده است.

معیارهای ریسک و فرایند شبیه‌سازی

هدف اصلی مدل‌سازی چندمتغیره، ارزیابی دقیق سرمایهٔ ریسک‌پذیر برای یک شرکت بیمهٔ معمولی است. از نظر مفهومی، سرمایهٔ در معرض ریسک منعکس‌کنندهٔ حمایت مالی مورد نیاز برای اطمینان از بقای یک شرکت در بدترین سناریو است و به‌عنوان سطح سرمایهٔ نگهداری‌شده توسط یک مؤسسه برای پوشش خسارت‌های غیرمنتظره در آستانهٔ تحمل ریسک معین α در یک دورهٔ زمانی مشخص T تعریف می‌شود.

یک ارزیابی مدل جامع از سرمایهٔ مورد نیاز در رابطه با ریسک بیمهٔ غیرزندگی برای مراقبت بلندمدت می‌تواند تحت فضای احتمال (Ω,F,P) برای یک شرکت بیمهٔ فعال در شاخه‌های بیمه‌ای مختلف ایجاد شود. در واقع، این مدل سرمایهٔ ریسک‌پذیر محاسباتی را ارائه می‌کند که از فرایند تجمیع ریسک‌ها تحت مفروضات مختلف کاپولا استخراج می‌شود (McNeil *et al.*, 2005).

در اینجا، یک مدل سرمایهٔ ریسک‌پذیر بر پایهٔ رویکرد خاص تجمیع ریسک براساس کاپولای D-vine معرفی می‌شود. داده‌های موجود براساس گروه ریسک i (شاخهٔ بیمه‌ای خاص) و در طول زمان T جمع‌آوری می‌شوند. بنابراین، طبقهٔ ریسک برای توزیع‌های ریسک حاشیه‌ای مشخص Fi به‌صورت زیر ارائه می‌شود.

$$Cn = (F1,\ldots,Fn) = \{X1+\ldots+Xn : Xi \sim Fi, i = 1,\ldots,n\} \quad (۲)$$

که در آن ، Xi متغیرهای تصادفی غیرمنفی هستند که ریسک‌های فردی را برای یک دورهٔ T معین نشان می‌دهند. در اینجا زیان کل با $S \geq 0$ نشان داده می‌شود. S توسط یک بردار تصادفی چندمتغیره از متغیرهای وابسته تولید می‌شود. بنابراین زیان کل به رابطهٔ بین این ریسک‌ها بستگی دارد. در ادامه، X بردار خسارت یک شرکت بیمه یا مجموع زیان پرتفوی یک مؤسسه را بیان می‌کند. به‌طور خاص، Tang and Valdez (2009) برای هر کاپولا، توزیع زیان کل در سطح شرکت را به‌صورت میانگین وزنی خسارت هر شاخهٔ بیمه‌ای براساس نسبت ازپیش‌تعیین‌شده حق‌بیمه محاسبه می‌کنند. سپس، زیان کل به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

$$S = \sum_{i}^{n} \lambda_{it}\, S_{it}$$

که در آن $\lambda_{it} = \frac{EP_{i,t}}{\sum_{i=1}^{n} EP_{i,t}}$ وزن شاخهٔ بیمه‌ای i در پرتفو است؛ این وزن براساس حق‌بیمهٔ به‌دست‌آمده در دورهٔ t در مقایسه با مقادیر حق‌بیمه ریسک i است. مجموع آن‌ها برابر با یک است. در نهایت، معیار ریسک برای تحلیل سرمایهٔ ریسک تحت مدل وابستگی غیرخطی اعمال می‌شود (Diers *et al.*, 2012). بنابراین، برآورد سرمایهٔ مورد نیاز (CR) براساس ارزیابی احتمالی خسارت‌های بالقوه آتی است و از طریق اقدامات ریسک مبتنی بر کوانتایل تعیین می‌شود. به‌صورت نظری، ارزش در معرض ریسک (VaR) حداکثر ضرر احتمالی است که می‌تواند یک شرکت را در یک سطح اطمینان معین و در یک افق زمانی T حمایت کند. به‌طور کلی، α - VaR در سطح $\alpha \in [0,1]$ توسط:

$$VaR_{1-\alpha}(X) = \inf\{x \in R : P(X \leq x) \geq 1-\alpha\}$$

تعریف می‌شود. هنگامی‌که $df\ F(x)$ متغیر تصادفی X پیوسته است، $VaR_{\alpha}(X)$ یک x منحصربه‌فرد است که

$$F(x) = P(X \leq x) = 1-\alpha, VaR1-\alpha(X) = F-1(1-\alpha).$$

$F_x^{-1}(1-\alpha)$ را برآورده می‌کند. VaR چندک k امین توزیع متغیر تصادفی خسارت X است. ارزش در معرض ریسک دم بالایی توزیع را توصیف می‌کند. در سطح اطمینان TVaR، $\alpha \in [0,1]$ به‌صورت

$$TVaR\ (X)\ = \frac{1}{1-\alpha}\int_1^p VaR_\alpha(X).dp$$

تعریف می‌شود. برای تابع توزیع خسارت پیوسته F_x TVaR، به‌عنوان خسارت مورد انتظار شرطی فراتر از $VaR: TailVaR_\alpha(X) = E_\alpha[(X|X) \geq VaR_p(X)]$ تفسیر می‌شود. در غیر این صورت، TVaR را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$TVaR_\alpha(X) = VaR_\alpha(X) + \frac{1}{1-\alpha}E[(X - VaR_\alpha(X))^+]$$

برای به دست آوردن تخمین‌های VaR و TVaR از خسارت کل S در سطح اطمینان α با ترکیب کاپولاها، شبیه‌سازی n خسارت با استفاده از مدل چندمتغیره به‌صورت زیر انجام می‌شود:

مرحلهٔ ۱: توزیع حاشیه‌ای مناسب برای هر خسارت انفرادی برازش می‌شود و برآورد پارامترها به دست می‌آیند.

مرحلهٔ ۲: با استفاده از تابع توزیع تجمعی برآوردشده، متغیرها به شکل یکنواخت $u_i \in [0,1]$ تبدیل می شوند.

$$u_1 = \hat{F}_1(X_1), \dots, u_n = \hat{F}_n(X_n)\ \ i = 1, \dots, n::.$$

مرحلهٔ ۳: کاپولای مناسب $\hat{C}$ برای هر جفت‌بردار داده‌های تبدیل‌شده برازش می‌شود و پارامترهای تخمینی $\hat{\theta}$ با حداکثر کردن تابع درستنمایی برای کاپولاهای دومتغیره به دست می‌آیند.

مرحلهٔ ۴: از کاپولای تخمین‌زده‌شده، N بار برای تولید N تکرار شبیه‌سازی می‌شود. در نتیجه محاسبهٔ خسارت‌های کل شبیه‌سازی‌شده $\sum \lambda \hat{S}_{ij}$ از N پرتفوی وزنی CR را نتیجه می‌دهد.

داده‌ها

زمینهٔ کاربرد ما به شرکت سهامی بیمهٔ ایران در چند رشته بیمه مربوط می‌شود که به‌عنوان پیشرو در بازار بیمه ایران در نظر گرفته می‌شود. در این مقاله حساسیت کفایت سرمایه به وابستگی بین ریسک‌ها با استفاده از کاپولا برای شرکت بیمهٔ سهامی ایران بررسی می‌شود. در این راستا مجموعه داده‌هایی برای چهار کالیبراسیون کاپولا شامل خسارت‌های ماهانه (بدون بازیافت) حاصل از پنج رشتهٔ بیمهٔ غیرعمر شامل بیمه‌های مهندسی (EN)، مسئولیت (LA)، شخص ثالث (TP)، بدنهٔ اتومبیل (AUT) و بیمهٔ آتش‌سوزی (FI) به کار برده شده است. داده‌ها شامل شدت خسارت‌های وارده در هر رشته است و طی دورهٔ ماهانه ۱۳۹۰:۰۱-۱۴۰۲:۱۲ گردآوری شده است.

آمار توصیفی برای رشته‌های بیمه‌ای ذکرشده در جدول ۱ گزارش شده است. توجه داریم که چهار متغیر تاحدودی پراکنده هستند. علاوه‌براین، نتایج آمارهٔ چولگی نشان می‌دهد که داده‌ها متقارن نیستند. این یافته توسط یک ضریب عدم تقارن مثبت بیشتر از صفر برای همهٔ متغیرها، به‌ویژه برای بیمه‌های مهندسی و آتش‌سوزی پشتیبانی می‌شود که عدم تقارن توزیع و چوله بودن به راست را تأیید می‌کند. مقادیر ضرایب کشیدگی برای همهٔ متغیرهای مورد مطالعه نشان می‌دهد که توزیع خسارت در تمامی رشته‌ها نوک‌تیز و فراتر از نرمال بوده و دوباره در این میان بیمه‌های مهندسی و آتش‌سوزی قابل توجه است.

نتایج آماری نشان می‌دهد که سری‌ها به‌طور نرمال توزیع نشده‌اند که استفاده از توابع کاپولا را توجیه می‌کند. در اینجا، ویژگی مانایی هر مجموعه داده بررسی شده است و برای این منظور دو آزمون Kwiatkowsk *et al*. (1992) و Philips and Perron (1988) برای بررسی مانایی داده‌ها به کار برده شده است. با توجه به نتایج آزمون Kwiatkowsk *et al*. (1992)

جدول ۱. آماره‌های توصیفی

Table 1. Descriptive statistics

TP	EN	LA	AUT	FI	
7013926	49473.96	387276.7	1002839	209847.3	میانگین
4689295	22051.12	256133.7	430566.5	130706.6	میانه
42748523	1093276.	2408065.	5283541.	1983240	حداکثر
613807.9	656.5800	54955.99	144767.8	16121.63	حداقل
6734774	110285.0	348014.1	1146092.	243952.8	انحراف معیار
2.161148	7.104472	2.690193	1.980586	3.905435	چولگی
9.232359	64.59346	13.27103	6.170093	24.88029	کشیدگی
306.7975	21310.13	717.0275	137.2820	2878.704	جارگ برا
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	احتمال جارگ برا
-5.16	-11.36	-8.14	2.89	-8.97	آماره فیلیپس پرون
(0.000)	(0.000)	(0.000)	(1.000)	(0.000)	ارزش احتمال در سطح 5٪
1.17	0.552	1.265	0.996	1.145	آمارهٔ KPSS
0.463	0.463	0.463	0.463	0.463	مقدار بحرانی در سطح 5٪

- منبع: محاسبات تحقیق

تمامی سری‌های داده در سطح معنی‌داری ۵٪ مانا هستند. همچنین نتایج آزمون Philips and Perron (1988) نشان می‌دهد که داده‌های خسارات بیمه‌ای در تمام رشته‌ها به‌استثنای بدنهٔ اتومبیل در سطح معناداری ۵٪ مانا هستند.

ماتریس همبستگی یک ورودی اساسی برای کالیبراسیون کاپولاست. جدول ۲ ماتریس همبستگی خطی را برای مجموعه داده‌های به‌کارگرفته‌شده توصیف می‌کند. ضرایب همبستگی نشان می‌دهد که خسارات انواع بیمه اتومبیل ثالث و بدنه و همچنین بیمه‌های مسئولیت و بدنهٔ اتومبیل و مسئولیت و شخص ثالث دارای ضریب همبستگی خطی بالایی هستند. اما بیمه‌های مهندسی همبستگی ضعیفی با سایر انواع بیمه‌ها دارند. علاوه‌براین، ضریب همبستگی رتبهٔ کندال که اغلب به‌عنوان تاو کندال شناخته می‌شود نیز در جدول ۲ در قالب ماتریس همبستگی تاو کندال ارائه شده است. به نظر می‌رسد همبستگی رتبه‌ای برای جفت ریسک بیمه‌های ثالث و بدنهٔ اتومبیل و مسئولیت و شخص ثالث قابل توجه است.

برازش توزیع‌های حاشیه‌ای

توزیع خسارات در درجهٔ اول به رفتار دنبالهٔ توزیع‌های نظری هرکدام از شاخه‌های بیمه‌ای بستگی دارد. در میان چالش‌های اصلی در مدل‌سازی ریسک بیمه، موضوع وجود زیان‌های بسیار ناهمگن، کمبود داده‌ها، سری‌های زمانی کوتاه با دنباله‌های بزرگ و الزام برای برآورد چندک‌ها در سطوح اطمینان بسیار بالا قابل توجه است. در عمل، عمده مطالعات، توزیع نرمال لگاریتمی را به‌عنوان بهترین توزیع به کار برده‌اند. اگرچه، به‌لحاظ نظری همهٔ توزیع‌های پیوسته با دامنهٔ مثبت می‌توانند برای مدل‌سازی توزیع خسارات به کار روند (Klugman *et al.*, 2012).

در این بخش، فرایند انتخاب توزیع‌ها و برآورد پارامترهای آن‌ها شرح داده می‌شود و سپس مسائل ناشی از این فرایند را مورد بحث قرار می‌دهیم. در این راستا، چهار توزیع رایج را که به‌طور گسترده در مطالعات بیمه‌ای پیشنهاد شده‌اند بر مجموعه داده‌های خسارات پنج رشتهٔ بیمه‌ای آزمون می‌کنیم. ابتدا، توزیعی را که معمولاً در عمل استفاده می‌شود، یعنی توزیع نرمال لگاریتمی را آزمون می‌کنیم. در واقع، این توزیع با این فرضیه که با شدت خسارات تعدیل می‌شود در چندین مطالعه به کار برده شده است. سپس، توزیع گاما را که سنگین‌ترین دنباله را دارد و به‌دنبال آن توزیع وایبول را که دنبالهٔ نازکی دارد آزمون می‌کنیم. درنهایت، توزیع لجستیکی را معرفی می‌کنیم که به توزیع نرمال نزدیک است. این چهار توزیع دارای ضخامت‌های متفاوتی در دنباله‌های خود هستند و با دو پارامتر کاملاً مشخص می‌شوند. در اینجا از روش حداکثر درست‌نمایی (MLE) برای تخمین پارامترها استفاده شده است.

نتایج تخمین پارامترهای توزیع‌های نظری در جدول ۳ نشان داده شده است. اکنون، سؤال این است که چگونه بهترین توزیع را انتخاب کنیم که بهترین برازش را بر مجموعه داده‌های موجود ارائه کند؟ در ادبیات آماری از چندین تست گرافیکی استفاده می‌شود. در این مطالعه نمودار احتمال QQ برای هر متغیر به کار برده شده است. همان‌طور که در نمودار ۱ نشان داده شده است پنج متغیر دنباله‌های ضخیم‌تری را در انتهای توزیع‌های برازش‌شدهٔ خود نشان می‌دهند. در این مرحله از مطالعه، آزمون‌های خوبی برازش کولموگروف اسمیرنوف و اندرسون دارلینگ ارائه شده است. این آزمون‌ها رابطهٔ بین توزیع تجربی و توزیع پارامتری برآوردشده را ارزیابی می‌کنند. نتایج این آزمون نیز در جدول ۳ نشان داده شده است. با توجه به نتایج ارزش

جدول ۲. ماتریس همبستگی خطی و کندال تجربی

Table 2. Linear correlation matrix and empirical Kendall

	ماتریس همبستگی خطی					ماتریس کندال تجربی				
	EN	LA	TP	AUT	FI		EN	LA	TP	AUT	FI
EN	1.00	0.153	0.150	0.078	0.112	EN	1.000	-0.010	-0.081	-0.032	0.068
LA	0.153	1.00	0.967	0.771	0.471	LA	-0.010	1.000	0.253	0.126	-0.052
TP	0.150	0.967	1.000	0.881	0.487	TP	-0.081	0.253	1.000	0.355	-0.193
AUT	0.078	0.771	0.881	1.000	0.440	AUT	-0.032	0.126	0.355	1.000	-0.057
FI	0.112	0.471	0.487	0.440	1.000	FI	0.068	-0.052	-0.193	-0.057	1.000

جدول ۳. کالیبراسیون توزیع حاشیه‌ای، برآورد پارامترهای آن و آماره‌های KS و AD

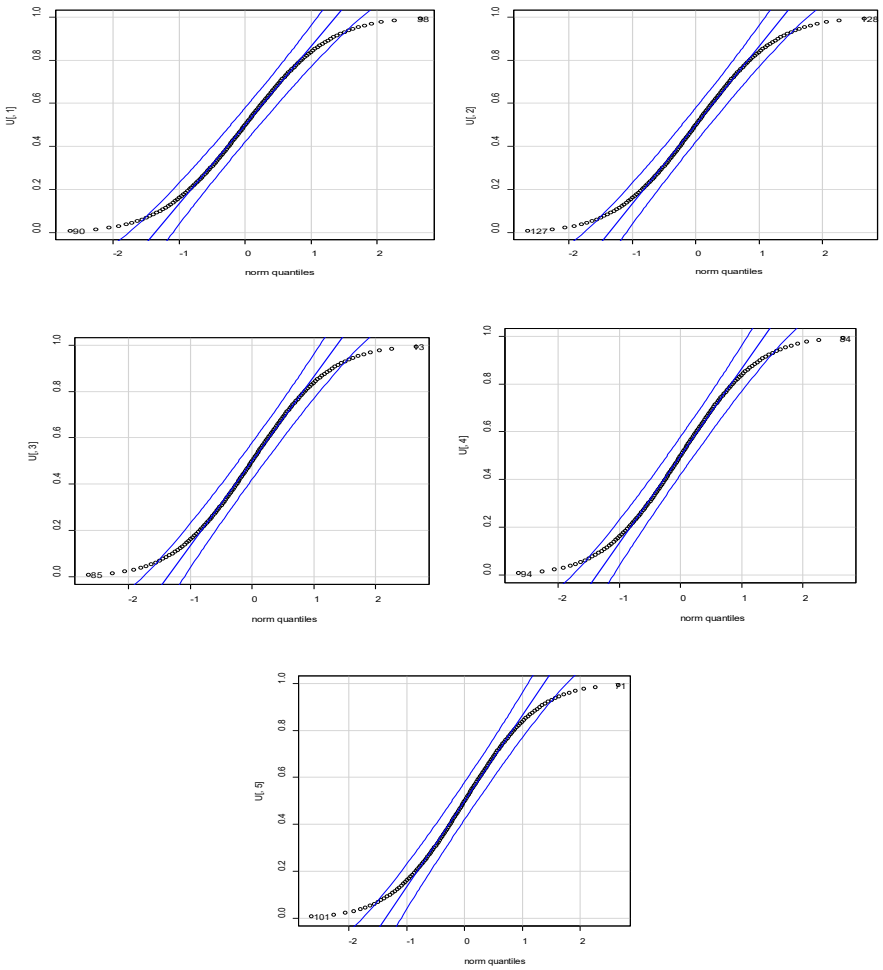
Table 3. Calibration of the marginal distribution, estimation of its parameters, and KS and AD statistics

	توزیع	Parm1	Parm2	KS	AD
مهندسی	Log-normal	Meanlog= 8.42	Sdlog= 0.212	0.043	0.316
مسئولیت	Log-normal	Meanlog= 5.35	Sdlog= 0.398	0.028	0.479
ثالث	Weibull	Shape= 1.73	Scale= 657221	0.072	0.395
بدنه	Logistique	Location= 1013741.7	Scale= 98342	0.115	0.327
آتش‌سوزی	Log-normal	Meanlog= 9.17	Sdlog= 0.182	0.091	0.351

احتمال، مناسب‌ترین توزیع برای هر رشتهٔ بیمه‌ای انتخاب شده است. نتایج نشان می‌دهد که توزیع لگ نرمال مناسب‌ترین توزیع برای شاخه‌های مهندسی، مسئولیت و آتش‌سوزی است. بااین‌حال، توزیع لجستیک برازش بهتری را برای شاخهٔ بدنهٔ اتومبیل فراهم می‌کند. همچنین، توزیع ویبول برای برازش شاخهٔ ثالث مناسب به نظر می‌رسد. در این مرحله، شبیه‌سازی را با استفاده از مقادیر پارامترهای برآوردشده در جدول ۳ اجرا می‌شود، به‌طوری که ۱۰۰۰ متغیر تصادفی پنج‌بعدی را که از توزیع‌های حاشیه‌ای اولیه استخراج شده‌اند، حاصل شود.

در ادامه ساختار وابستگی بین متغیرها با استفاده از کاپولای چندمتغیره بررسی شده است. برای این منظور از بسته‌های نرم‌افزاری مرتبط با کاپولاها در نرم‌افزار R مانند VineCopula و Copula استفاده شده است. به‌منظور تشخیص عملکردD-vine بهینه، d(d-1)/2 جفت کاپولای دومتغیره باید انتخاب شوند، یعنی ده ترکیب ایده‌آل از کاپولای دومتغیره. انتخاب کاپولاهای دومتغیره‌ای که استفاده می‌شود در تفسیر نتایج بسیار مهم است. در این راستا، پارامترهای کاپولای دومتغیره برآورد می‌شوند تا کاپولای D-Vine بهینه به دست آید. در ابتدا، جفت‌های دومتغیره کاپولا برای قرار دادن در سطح ۱ درخت شناسایی می‌شود. یک قاعده برای انتخاب بهترین جایگشت برای کاپولاهای آن است که وابسته‌ترین جفت‌ها در درخت اول به هم متصل شوند. در مقالهٔ حاضر، به پیروی از Schmeiser *et al.* (2012) ساختار درخت‌گونهٔ D-vine کالیبره شده است و مقادیر حداکثر درست‌نمایی جفت‌های کاپولا به‌عنوان معیار درختان به کار برده شده است.

به‌منظور سهولت، رشته‌های بیمه‌ای مسئولیت، مهندسی، بدنهٔ اتومبیل، شخص ثالث و آتش‌سوزی را از ۱ تا ۵ نام‌گذاری می‌کنیم. در نتیجه، بهترین جایگشت مناسب را برای اولین سطح D-vine مورد تجزیه‌وتحلیل به‌صورت (۵، ۴، ۳، ۲، ۱) = (TP ,FI، AUT، EN، LA) انتخاب می‌کنیم. سپس مرحلهٔ دوم شامل تعیین فرم پارامتری هر جفت کاپولا در مدل فرضی است. اولین نتیجه از طرح درخت انگور، ادغام خانواده‌های کاپولای دومتغیرهٔ مختلف را نشان می‌دهد، که انعطاف کاپولای D-Vine را توجیه می‌کند. سطح اول درخت شامل چهار کاپولای دومتغیرهٔ متفاوت است که با توجه به درجهٔ ساختار وابستگی، خسارت‌ها را به هم متصل می‌کند. بر این اساس D-Vine نهایی ترکیبی است از کاپولای



نمودار ۱. نمودار QQ برازش تک‌متغیره از توزیع داده‌های خسارت هر شاخهٔ بیمه‌ای

Diagram1 . QQ diagram of univariate fitting of the distribution of claims data for each insurance class

جدول ۴. برآورد پارامترها در تجزیهٔ زوجی یک کاپولای پنج‌بعدی
Table 4: Parameter estimates in pairwise decomposition of a five-dimensional copula

زوج کاپولا	کاپولا	پارامتر	
	درخت 1		
0.820	فرانک	-0.016	Cop12
-1.43	کلایتون	0.387	Cop23
-1.09	فرانک	0.529	Cop34
0.72	گاوسی	-0.089	Cop45
	درخت 2		
-0.92	کلایتون	-0.11	Cop24/1
1.12	فرانک	0.047	Cop13/4
0.87	فرانک	-0.281	Cop45/3
	درخت 3		
-1.74	فرانک	-0.021	Cop23/14
-4.32	گاوسی	-0.068	Cop15/34
	درخت 4		
-3.76	کلایتون	0.098	Cop25/134
			AIC
-8.42	D-Vine	2750	لگاریتم درستنمایی
		1.310 (0.229)	آزمون خوبی برازش Breymann (2003)

گاوسی (۲ بار)، کاپولای فرانک (۵ بار) و کاپولای کلایتون (۳ بار). مرحلهٔ نهایی، برآورد پارامترهای کاپولای دومتغیرهٔ D-vine فرض‌شده را شامل می‌شود که یک گام اساسی است. پارامترهای درخت مشخصات D-Vine را می‌توان به‌صورت متوالی براساس الگوریتم Aas *et al.* (2009) تخمین زد. جدول ۴ تخمین جفت کاپولاهای انتخاب‌شده برای ترکیب کاپولای D-vine به‌دست‌آمده را نشان می‌دهد. بر این اساس، نتایج تجربی نشان می‌دهد که شش کاپولای دومتغیره که دارای پارامترهای منفی هستند سه کاپولای فرانک و یک کاپولای گاوسی و یک کاپولای کلایتون را شامل می‌شوند. چهار کاپولای دیگر، یعنی فرانک و کلایتون، دارای مقادیر پارامتر مثبت هستند. در نتیجه، در سطح ۱ درخت، ما چهار کاپولای متفاوت با دنباله‌های متنوع می‌یابیم: کاپولای فرانک (۰/۰۱۶-، ۰/۵۳)، کاپولای کلایتون (۰/۳۸) و کاپولای گاوسی (۰/۰۸۹-). سطح درخت دوم، دو کاپولای فرانک (۰/۰۴۷، ۰/۲۸۱-) و یک کاپولای کلایتون (۰/۱۱۱-) را جذب می‌کند. کاپولای فرانک (۰/۰۲۱-) و گاوسی (۰/۰۶۸-) در سطح ۳ است و درنهایت، سطح ۴ کاپولای کلایتون (۰/۰۹۸) را شامل می‌شود.

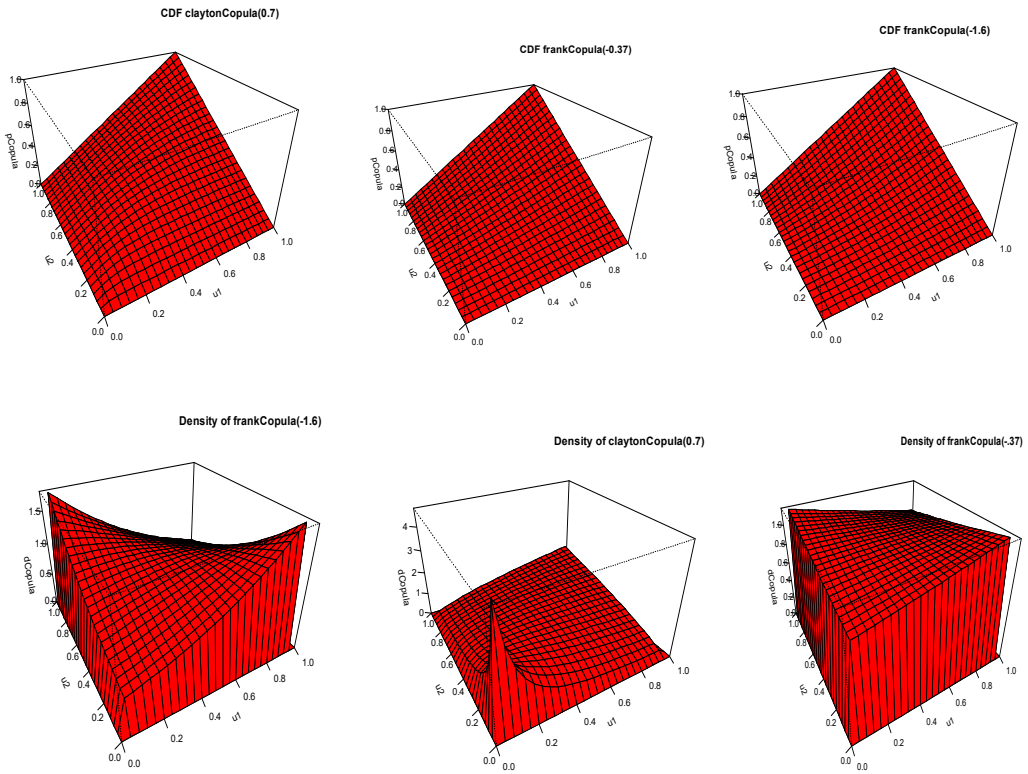
همان‌طور که جدول ۴ نشان می‌دهد، لگاریتم درستنمایی D-vine برابر با ۲۷۴۹/۵ است. چگالی مربوط به کاپولاها در نمودار ۲ نشان داده شده است.

برای به دست آوردن دقت ساختار کاپولای D-vine برای پیش‌بینی ریسک، معیار آمارهٔ اطلاعاتی آکائیک (AIC) در مدل برازش‌شده انتخاب می‌شود و برای به دست آوردن یک D-Vine بهینه، کوچک‌ترین مقادیر آمارهٔ (AIC) بین جفت‌های کاپولای انتخابی در نظر گرفته می‌شود. همچنین، برای آزمون خوبی برازش مدل‌ها، آمارهٔ Brechmann *et al.* (2014) به کار گرفته شده است. Aas *et al.* (2009) با به کار بردن آن‌ها در بلوک‌های دومتغیره، فرایندهای خوبی برازش را برای کاپولاهای D-Vine در نظر می‌گیرند. جدول ۴ مقادیر معیارهای AIC را نشان می‌دهد. درخت به‌دست‌آمده درخت بهینه‌ای است که بهترین خوبی برازش را در بین تمام کاپولاهای آزمایش‌شده ارائه می‌دهد. کاپولای D-Vine ترکیبی از کاپولاهای بیضوی و ارشمیدسی را در خود جای داده است که بر ویژگی انعطاف‌پذیری، حتی برای داده‌های فرکانس پایین تأکید می‌کند. در چنین حالتی، یک شبیه‌سازی مونت‌کارلو انجام می‌شود تا نمونه‌هایی را برای هر توزیع خسارات از کاپولای D-Vine در بخش قبل تولید شود. با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی برای D-vine در Aas *et al.* (2009) نمونه‌های پنج‌بعدی با توجه به توزیع‌های حاشیهٔ اولیهٔ متفاوت استخراج شده‌اند.

حساسیت سرمایه ریسک به ساختار وابستگی

با استفاده از روشی که در بخش قبل ذکر شد، داده‌های تصادفی از کاپولای برازش‌شده، شبیه‌سازی می‌شود. به‌این‌ترتیب، ۱۰۰۰۰ نمونه از کاپولای D-vine برازش‌شده به مجموعه داده‌های پنج‌بعدی استخراج می‌شود. با مراجعه به مدل تجمیع ریسک که در بخش روش‌شناسی توضیح داده شد متغیرهای خسارت شبیه‌سازی‌شده با استفاده از وزن‌های به‌دست‌آمده از حق‌بیمهٔ حاصل‌شده، تجمیع می‌شوند تا توزیعی از زیان کل تحت کاپولای چندمتغیره ایجاد شود. هدف از این تجمیع، بررسی داده‌های زیان یک بیمه‌گر است، به‌طوری که سرمایهٔ مورد نیاز (CR) با استفاده از معیارهای ریسک براساس توزیع یک متغیر تصادفی که نشان‌دهندهٔ کل زیان است، کالیبره شود. بنابراین، پیش‌بینی‌های پرتفوی VaR و TVaR با توجه به وزن‌های نسبی هر ریسک براساس سطح مشخصی از احتمال نتیجه‌گیری می‌شود. جدول ۵ مقادیر CR را براساس برآورد VaR و TVaR نشان می‌دهد که به‌وسیلهٔ کاپولای D-Vine در چند سطح اطمینان ارائه شده است

توجه شود که CR_{VaR} کمتر از آن چیزی است که در مورد CR_{TVaR} به‌دست‌آمده است. برای نمونه، برای ۵٪ موارد، مقدار کل سرمایهٔ مورد نیاز با استفاده از VaR تحت کاپولای D-Vine به ۲۷۷۸۶۵۴۰



نمودار ۲. چگالی جفت کاپولاهای برآوردشده

Diagram 2. Estimated copula pair density

میلیون ریال رسید. بااین‌حال، برای احتمال ۱٪، این مقدار به ۳۵۹۰۸۷۵۹ میلیون ریال می‌رسد. درحالی‌که الزامات سرمایه براساس TVaR بین ۲۹۲۵۰۵۸۴ و ۳۷۱۰۲۶۹۵ برای بازهٔ احتمال (۹۹-۹۵)٪ متغیر است. نتایج نشان می‌دهد که نحوهٔ مدل‌سازی وابستگی تأثیر چشمگیری بر میزان سرمایهٔ در معرض ریسک دارد. بااین‌حال، میزان تأثیر آن بسته به معیار ریسک مورد استفاده و با توجه به کاپولای انتخابی متفاوت است.

در جدول ۴ رویکرد جایگزین ارزیابی الزام سرمایه براساس شبیه‌سازی مونت‌کارلو(MC)، که وابستگی‌های ضمنی غیرخطی بین ریسک‌ها را نادیده می‌گیرد، نیز پیشنهاد شده است. به‌طور خاص، نسبت‌های زیان شبیه‌سازی‌شده برای هر رشته بیمه‌ای با استفاده از وزن‌ها براساس حق‌بیمهٔ به‌دست‌آمده جمع‌آوری می‌شوند تا توزیع زیان کل را تحت فرض یکنواختی تولید کنند. از این روش، تغییر میزان وجوه مورد نیاز برای همان سطوح اطمینان با فرض استقلال و عدم وابستگی بین رشته‌های بیمه‌ای بررسی می‌شود. همان‌طور که از این جدول مشاهده می‌شود، یافته‌ها بینش‌هایی را دربارهٔ اثرات عملی در مدل‌سازی وابستگی ارائه می‌دهند. بااین‌حال، مورد استقلال رشته‌های بیمه‌ای، که توزیع چندمتغیره را طبق روش مونت‌کارلو ارائه می‌کند، به VaR بالاتری منجر می‌شود. این اثر حتی برای TVaR بارزتر است. در واقع، در استقلال رشته‌های بیمه‌ای، VaR و TVaR بالاتر از مورد وابستگی D-Vine است. این نتیجه مورد انتظار است زیرا یک کاپولای D-Vine اغلب با توجه به وابستگی دنبالهٔ توزیع انتخاب می‌شود. چنین نتیجه‌ای نشان‌دهندهٔ این واقعیت است که سرمایهٔ مورد نیاز برای پوشش ریسک‌های پنج شاخهٔ غیرعمری، محاسبه‌شده با شبیه‌سازی کاپولای D-Vine، کمتر از CR برآوردشده توسط روش دیگر است.

این امر تأکید می‌کند که منافع ناشی از تنوع‌بخشی به پرتفوی بیمه‌ای شرکت‌ها تا حد زیادی از طریق سطح کلی وابستگی استخراج می‌شود که با استفاده از کاپولا مدل‌سازی شده است. به‌عبارت‌دیگر این منافع توسط مقدار وابستگی دنباله ایجاد می‌شود که کاپولا برای زیان‌های بین شاخه‌های بیمه‌ای اجازه می‌دهد. هرچه وابستگی دنبالهٔ بیشتری توسط یک کاپولا مجاز باشد، اگر زیان‌ها تحت آن کاپولا تجمیع شوند، الزام سرمایه بالاتر است. در نتیجه، نتایج حاصل از مطالعهٔ تجربی را می‌توان به شرح زیر خلاصه کرد. به نظر می‌رسد انتخاب مدل‌سازی وابستگی ریسک‌های بیمه‌های غیرعمر بسیار مهم است و نادیده گرفتن حاشیه‌های توزیع آن‌ها و وابستگی‌های غیرخطی در ساختار انواع شاخه‌های بیمه می‌تواند نقش مهمی در الزام میزان سرمایه ریسک‌پذیر در پرتفوی شرکت‌های بیمه داشته باشد. این یافته‌ها با نتایج برخی مطالعات مربوط به انتخاب پرتفوی بیمه‌ای مانند Tang and Valdez (2009) و Diers *et al.* (2012) مطابقت دارد. همچنین نتیجهٔ این تحقیق در خصوص الزام توجه به سطح وابستگی منتج از مدل‌سازی کاپولا در رشته‌های بیمه‌ای و دلالت‌های آن در تنوع‌بخشی به پرتفوی شرکت‌های بیمه در مطالعهٔ Ghosh *et al.*

جدول ۵. مقایسهٔ الزامات سرمایه براساس کاپولای D-vine و شبیه‌سازی مونت‌کارلو

Table 5. Comparison of capital requirements based on D-vine copula and Monte Carlo simulation

ساختار وابستگی		95%	97%	98%	99%
$DVine$	CR_{VaR}^{Dvine}	27786540	31206422	13771333	35908759
	CR_{TVaR}^{Dvine}	30351451	32488877	36763730	38901156
مستقل	CR_{VaR}^{MC}	29250584	33474742	34256985	37102695
	CR_{TVaR}^{MC}	31589425	34782012	36897569	39202511
DB^{VaR}		1.8%	2.73%	4.95%	5.21%
DB^{TVaR}		1.3%	2.08%	2.95%	3.49%

- داده‌ها به میلیون ریال است.

(2022) نیز مورد توجه قرار گرفته است.

نتیجه‌گیری

در این مقاله، حساسیت برآورد سرمایهٔ ریسک‌پذیر به ساختار وابستگی بین خسارت‌های پنج رشته بیمهٔ غیرعمر (مسئولیت، مهندسی، بدنهٔ اتومبیل، شخص ثالث و آتش‌سوزی) در شرکت بیمهٔ ایران بررسی شده است. بر این اساس، تجزیه‌وتحلیل تجربی در دو مرحله انجام شده است. در مرحلهٔ اول، وابستگی مدل‌سازی بین زیان‌ها با استفاده از کاپولاهای چندمتغیره بررسی شده و برای داده‌های زیان کاپولای D-vine که از کاپولاهای بیضوی و ارشمیدسی تشکیل شده، اعمال شده است. انتخاب کاپولای بهینه و خوبی برازش مدل براساس معیار AIC و آمارهٔ Brechmann *et al.* (2014) صورت گرفته است. در مرحلهٔ دوم، این مطالعه بر تأثیر ساختار وابستگی واقعی ریسک‌ها بر کل سرمایهٔ مورد نیاز پرتفوی پنج‌بعدی با استفاده از معیارهای VaR و TVaR به طریق شبیه‌سازی متمرکز شده است. برای دستیابی به نتایج قابل تفسیر، علاوه‌بر انتخاب ساختار وابستگی کاپولای D-vine بین رشته‌های بیمه‌ای، یک رویکرد استاندارد مبتنی بر پیش‌بینی سرمایه ریسک با فرض استقلال ریسک‌های مستخرج از داده‌های شبیه‌سازی نیز در نظر گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد که توجه به وابستگی ضمنی بین زیان‌ها به میزان قابل توجهی بر کل سرمایه ریسک‌پذیر تأثیر می‌گذارد. این نتیجه با مقادیر الزام سرمایه برآوردشده تأیید می‌شود. در واقع توجه به وابستگی ضمنی بین رشته‌های بیمه‌ای به کاهش سرمایهٔ ۵/۱٪ درصدی برای VaR و ۳/۹٪ درصدی برای TVaR منجر می‌شود. بنابراین، انتخاب مدل‌سازی وابستگی ریسک‌های بیمه‌های غیرعمر و نادیده گرفتن حاشیه‌های توزیع آن‌ها و وابستگی‌های غیرخطی در ساختار انواع شاخه‌های بیمه می‌تواند نقش مهمی در الزام میزان سرمایهٔ ریسک‌پذیر در پرتفوی شرکت‌های بیمه داشته باشد. ازطرف‌دیگر، توجه به وابستگی‌های غیرخطی در ساختار انواع شاخه‌های بیمه‌ای می‌تواند مزایای تنوع‌بخشی به پرتفوی بیمه‌ای شرکت‌ها را آشکار کند و اندازه‌گیری میزان منافع حاصل از تنوع‌بخشی براساس انتخاب درست مدل‌های وابستگی ریسک‌های بیمه‌های غیرعمر حاصل می‌شود و این موضوعی است که لازم است در انتخاب پرتفوی شرکت‌های بیمه مورد توجه قرار گیرد.

مشارکت نویسندگان

زین العابدین عقیلی‌فر: جمع‌آوری مطالعات مرتبط و مبانی نظری، دکتر سید یحیی ابطحی: مدل‌سازی اقتصادسنجی و برآورد مدل، دکتر غلامرضا عسگرزاده: روش‌شناسی پژوهش و تحلیل نتایج، دکتر حمید خواجه محمودآبادی: مروری بر ادبیات پژوهش.

تشکر و قدردانی

با تشکر از مدیران و کارشناسان شرکت سهامی بیمه ایران که ما را در این تحقیق یاری فرمودند.

تعارض منافع

نویسنده (گان) اعلام می‌دارند که در خصوص انتشار این مقاله تضاد منافع وجود ندارد. علاوه‌براین، موضوعات اخلاقی شامل سرقت ادبی، رضایت آگاهانه، سوءرفتار، جعل داده‌ها، انتشار و ارسال مجدد و مکرر ازسوی نویسندگان رعایت شده است.

دسترسی آزاد

کپی‌رایت نویسنده(ها): ©2025 این مقاله تحت مجوز بین‌المللی Creative Commons Attribution 4.0 اجازه استفاده، اشتراک‌گذاری، اقتباس، توزیع و تکثیر را در هر رسانه یا قالبی مشروط به درج نحوه دقیق دسترسی به مجوز CC منوط به ذکر تغییرات احتمالی بر روی مقاله می‌باشد. لذا به استناد مجوز مذکور، درج هرگونه تغییرات در تصاویر، منابع و ارجاعات یا سایر مطالب از اشخاص ثالث در این مقاله باید در این مجوز گنجانده شود، مگر اینکه در راستای اعتبار مقاله به اشکال دیگری مشخص شده باشد. در صورت عدم درج مطالب مذکور و یا استفاده فراتر از مجوز فوق، نویسنده ملزم به دریافت مجوز حق نسخه‌برداری از شخص ثالث می‌باشد.

به منظور مشاهده مجوز بین‌المللی Creative Commons Attribution 4.0 به آدرس زیر مراجعه گردد:

http://creativecommons.org/licenses/by/4.0

یادداشت ناشر

ناشر نشریهٔ پژوهشنامهٔ بیمه با توجه به مرزهای حقوقی در نقشه‌های منتشرشده بی‌طرف باقی می‌ماند.

منابع

Aas, K.; Czado, C.; Frigessi, A.; Bakken, H., (2009). Pair-Copula constructions of multiple dependence. Insur. Math. Econ., 44(2): 182-198 **(17 Pages)**.

Arbenz, P.; Hummel, C.; Mainik, G., (2012). Copula based hierarchical risk aggregation through sample reordering. Insur. Math. Econ., 51(1): 122-133 **(12 Pages)**.

Brechmann, E.; Czado, C.; Paterlini, S., (2014). Flexible dependence modeling of operational risk losses and its impact on total capital requirements. J. Banking. Finance., 40: 271-285 **(15 Pages)**.

Brechmann, E.C.; Schepsmeier, U., (2013). Modeling dependence with C- and D-vine Copulas: The R-package CDVine. J. Stat. Software., 52(3): 1-27 **(27 Pages)**.

Diers, D.; Eling, M.; Marek, S.D., (2012). Dependence modeling in non-life insurance using the Bernstein Copula. Insur. Math. Econ., 50(3): 430-436 **(7 Pages)**.

Dimakos, X.; Aas, K., (2004). Integrated risk modelling. Statistica. Model., 4(4): 265-277 **(13 Pages)**.

Eling, M.; Toplek, D., (2009). Modeling and management of nonlinear dependencies Copulas in dynamic financial analysis. J. Risk. Insur., 76(3): 651-681 **(31 Pages)**.

Frees, E.W.; Valdez, E.A., (1998). Understanding relationship using Copulas. N. Am. Actuarial. J., 2(1): 1-25 **(25 Pages)**.

Genest, C.; Rmillard, B.; Beaudoin, D., (2009). Goodness-of-fit tests for Copulas: A review and a power study. Insur. Math. Econ., 44(2): 199-213 **(15 Pages)**.

Ghosh, I.; Watts, D.; Chakraborty, S., (2022). Modeling bivariate dependency in insurance data via Copula: A brief study. J. Risk. Financ. Manage., 15(8): 329-346 **(18 Pages)**.

Guilln, M.; Sarabia, J.M.; Prieto, F., (2013). Simple risk measure calculations for sums of positive random variables. Insur. Math. Econ., 53: 273-280 **(8 Pages).**

keshavarz haddad, G.; Heyrani, M., (2015). Estimation of Value at Risk in the presence of dependence structure in financial returns: A Copula based approach. Int. J. Econ. Res., 49(4): 869-902 **(34 Pages)**. [In Persian]

Klugman, S.A.; Panjer, H.H.; Wilmot, G.E., (2012). Loss models: From data to decisions. Wiley.

Liang, C.; Zhu, X.; Li, Y.; Sun, X.; Chen, J.; Li, J., (2013). Integrating credit and market risk: A factor Copula based method. Procedia. Comput. Sci., 17: 656-663 **(8 Pages)**.

McNeil, A.J.; Frey, R.; Embrechts, P., (2005). Quantitative risk management. Princeton university press.

Mirbargkar, S.M.; Sohrabi, M., (2020). Dependency structure between the markets of Iran, Turkey, China and the United Arab Emirates, according the approach of Copula–Markov switching. Financ. Knowl. Secur. Anal., 13(47): 78-102 **(25 Pages)**. [In Persian]

Rosenberg, J.V.; Schuermann, T., (2006). A general approach to integrated risk management with skewed, fat-tailed risks. J. Financ. Econ., 79: 569-614 **(46 Pages)**.

Schmeiser, H.; Siegel, C.; Wagner, J., (2012). The risk of model misspecification and its impact on solvency measurement in the insurance sector. J. Risk. Finance., 13(4): 285-308 **(24 Pages)**.

Tang, A.; Valdez, E.A., (2009). Economic capital and the aggregation of risks using Copulas. Work. Pap., 42-53 **(12 Pages)**.

Tang, A.; Valdez, E.A., (2009). Economic capital and the aggregation of risks using Copulas. Work. Pap., 104-121 **(18 Pages)**.

Zhao, X.; Zhou, X., (2010). Applying Copula models to individual claim loss reserving methods insurance. Insur. Math. Econ., 46(2): 290-299 **(10 Pages)**.

AUTHOR(S) BIOSKETCHES | **معرفی نویسندگان**

زین‌العابدین عقیلی فر، گروه مهندسی مالی، واحد یزد، دانشگاه آزاد اسلامی، یزد، ایران

- Email: *Aghilifar.z@iau.ac.ir*
- ORCID: 0009-0007-5449-8923
- Homepage: https://yazd.iau.ir/fa

سید یحیی ابطحی، دانشیارگروه مدیریت مالی، واحد یزد، دانشگاه آزاد اسلامی، یزد، ایران

- Email: *Abtahi@iau.ac.ir*
- ORCID: 0000-0002-4034-5439
- Homepage: https://yazd.iau.ir/fa/

غلامرضا عسکرزاده، استادیار گروه مدیریت مالی، واحد یزد، دانشگاه آزاد اسلامی، یزد، ایران

- Email: *GR.Askarzadeh@iau.ac.ir*
- ORCID: 0000-0002-5788-4260
- Homepage: https://yazd.iau.ir/fa/

حمید خواجه محمودآبادی، استادیارگروه مدیریت مالی، واحد یزد، دانشگاه آزاد اسلامی، یزد، ایران

- Email: *khajeh.h@iau.ac.ir*
- ORCID: 0000-0002-2393-6448
- Homepage: https://yazd.iau.ir/fa/

HOW TO CITE THIS ARTICLE

Aghilifar, Z.; Abtahi, S.Y.; Askarzadeh, G.; Khajeh Mahmoodabadi, H., (2025). Modeling non-life insurance risks and capital requirements in Iran's insurance company: Coppola's approach. Iran. J. Insur. Res., 14(1): 37-48.

DOI: 10.22056/ijir.2025.01.03

URL: https://ijir.irc.ac.ir/article_160334.html?lang=en